作者简介

顾雏军，1959 年 5 月出生，男，江苏省泰县人，毕业于天津大学工程热物理系，硕士学历。

高级工程师职称，超天才技术开发（北京）有限责任公司

研究方向：理论物理，热物理。

关于时空量子化的一个数学证明

作者：顾雏军　单位：超天才技术开发（北京）有限责任公司　　100085

内容摘要：

本文建立了五个有明确物理内涵的公设。得到一个简洁的宇宙能量系统的数学模型，并分析了该五个公设组成的数学模型对我们的宇宙能量系统描述的合理性。由此通过纯数学手段严格证明了时空结构是量子化的，而且是可以通过一个有限群来作物理数学描述的，而不是使用劳伦兹群来做时空结构的数学描述，从而开辟了时空量子化结构的数学上定性和定量分析的可能性。本文的证明过程揭示了宇宙的一个深刻的数学本质，只要粒子是一个弥散的场，那么，能让粒子在其中自由运动的时间和空间结构就一定必须是有限个最小时段和最小长度的集合。用有限群来描述的时空结构的最小单元，即是时空子，由于时空子不是用连续群来描述的，当然也不是用李群来描述的，这样，本文指出了时空子不是实粒子，它的一些集合就构成了现代物理学中的虚粒子，所以本文给出了虚粒子一种数学结构。

关键词：紧致拓扑群　物理数学描述　时空结构　劳伦兹群　时空子

前言

宇宙的时空结构是用连续统数学来描述，还是用离散系统，即量子化系统来描述，甚至用有限离散系统来描述？是物理学的本质问题。这个问题的解决，直接关系到量子力学与相对论的统一问题。当然，也就关系到四大力场如何把引力场也统一进去的超大统一问题。所以，它应该是本世纪及其以后的物理学总是必须解决的问题。

本文在给了五个基本公设的基础上，给出了时空结构是可以用有限群来做物理数学描述的一个纯数学证明。

一、本文的公设体系

定义 1：在物理学上，凡是有能量或可以与其他物质进行能量相互作用，相互交换，相互传递的物理系统，本文将其定义为能量系统。

由于爱因斯坦的质能关系式 $E=MC^2$,所以，任何有质量的系统都是能量系统。但没有静止质量，但具有能量的系统也是能量系统，例如光。

定义 2：对任何一物理上的能量系统，如果该能量系统能用某种数学方法对其进行定性和定量的分析、计算，从而能够评价该能量系统的某些特性，并能够得到某些定性和定量的结果，本文将这种数学方法叫做该能量系统的物理数学描述。

例如：在本文中，用李群来描述目前所发现的各种粒子，并用该李群的表示空间来描述该粒子的各种物理可测量的方法，就是一种物理数学描述。虽然该李群本身并不与该粒子的质量、能量、动量等物理性质直接联系，但是该李群的表示空间，却描述了该粒子的质量、能量、动量相互作用的等物理特性[1]。本文把这个李群叫做该粒子的物理数学描述。本文不定义该李群的表示空间作为该能量系统的物理数学描述。即使该李群的某一表示群与该李群同构，我们也还是用该李群本身来做该粒子的物理数学描述。这是因为李群总是有很多表示的，并不是所有表示都与该李群同构。至少我们知道李群的主表示[2]和正则表示[3]与该群并不同构[4]。另外，这在数学上也避免了一些不必要模糊之处，因为有些李群的子群不同构，但有相同的表示群的特征标表，例如最简单的二面体群 D_4[5]与四元数群 G[6]就是不同构群，但他们有相同的复特征标表[7]。

定义 3：对某一能量系统，如果能用拓扑群或有限群连同由它们决定的群的表示空间来对该能量系统进行物理数学描述，则称该群为该能量系统的物理群描述。

公设 1:（物理公设）所有由已知粒子组成的能量系统都可以用李群来做物理数学描述。

这个公设的物理基础是，基于我对基本粒子的一种新的理解：基本粒子在数学上能相互区别，只是在于他们各自在时空场中的变换特征不一样，而每一种基本粒子在时空场中的变换特征就是用一种特定的紧致李群来描述的。从而，这种基本粒子的场特性就只能用该紧致李群表示空间来描述了。可以准确地描述基本粒子的波粒二象性，其粒子性可用李群的紧致性来描述，而场特性可以用该紧致李群的表示空间来描述。

公设 2:（弱物理公设）所有由已知粒子组成的能量系统都可以近似的用李群来做物理数学描述。

公设 3：宇宙作为一个能量系统，可以用一个紧致连通拓扑群来做物理数学描述。

本文认为，宇宙可以被认为是一个有限维的连通的闭系统。因为按目前已知的各种物理学派，其研究结果都表明宇宙是有限维的，无论最终宇宙是一个四维、十维，还是十一维的空间，作为一个有限维的连通的数学空间中的闭集，只要这个闭集形成一个拓扑群的话，那么这个拓扑群就一定都是紧致的。

本公设并不要求我们宇宙之外一无所有，在我们的宇宙之外可以存在与我们的宇宙平行的其他宇宙，但本公设要求这些其他宇宙与我们的宇宙并不连通，这也完全保证了我们的宇宙是一个数学上的闭集，当然就是一个紧致连通的闭集了。

公设 4：宇宙时间和空间结构，无论整体时空结构还是局部时空结构作为一个能量系统都是不可分割的，即时间和空间两者是不可分割的。

这是狭义相对论和广义相对论的理论基础。有至今为止，狭义和广义相对论成功的实验基础作支撑。

公设 5：一个能量系统在时空结构中运动，意味着该能量系统的物理数学描述李群与时空结构的物理数学描述群对易。

紧致拓扑群局部分解定理：任一有限维 r 的紧致拓扑群 G 可以局部分解成 r 维局部李群 W 和 G 的零维正规子群 N 的直积。即 N 是一个离散拓扑群[8]。

紧致连通拓扑群分解定理：任一有限维 r 的紧致连通拓扑群 G，可以分解成一紧致李群 L 与一个有限维紧致交换拓扑群 H 的直积[9]。

连通拓扑群的生成定理：连通的拓扑群 G 能被单位的任意邻域所生成[10]。

二、本文的数学证明

由于公设 3，在宇宙这个紧致连通拓扑群 G 中，存在 G 的单位邻域 G'，G'是局部紧致群，根据紧致拓扑群的局部分解定理，G 可以局部分解成 r 维局部李群 W 和零维拓扑群 N 的直积，N 是一离散拓扑群，即 G'=W×N。由于公设 1，所有已知的粒子组成的能量系统均在李群 W 之中，而与所有粒子组成的能量系统 W 都能对易的群是 N，又由于公设 4，宇宙的整个时空结构 T 作为一个不可分割的能量系统总是可以把 T 当做是拓扑群 G 的闭集，所以 T 组成一个拓扑群，即为 G 的一个拓扑子群。又因为 T 群不是交换群，所以描述局部紧致群 G'的时空结构的 T群不可能在 W 的中心之中，由于公设 5，所以 T群只能在 N 之中，所以 T是离散群。再利用紧致连通拓扑群分解定理，G 可以分解成一个紧致全局李群 L 和一个有限维紧致交换群 H 的直积，即 G=L×H，则 U'=T∩H 就是局部时空结构中的真空结构部分，由于 T是离散群和 H 是紧致群，故 U'是局部紧致的离散群，所以 U'的闭集$\overline{U'}$是有限群，所以，局部时空群的真空部分是有限群。同时由于宇宙整体的时空结构 T 是紧致拓扑群 G 的闭集，所以 T 也是紧致的，又由于 G 是连通紧致拓扑群，局部群 G'是 G 的单位邻域，根据连通拓扑群的生成定理，所以 G 可以由局部群 G'生成，所以 T 可以由 T'生成，（事实上，可以直接定义 T 为 T 生成），所以 T 是离散群。进而可知 T 是紧致离散群，结果 T 只能是有限群，所以 T也是有限群，又由于上面的证明知空间部分 U'是有限群，结果这就导致了 T'的时间部分也是有限群。这就证明了，时空结构的物理数学描述是一个有限群，而且它的空间和时间的描述子群都是有限群。

当上述证明中使用公设 2，则只能指望得到这样的结果，即时空结构可以用一个有限群来作为近似的物理数学描述。

三、结果的分析

1.李群 W 的表示群是无限群，所以形成粒子场。如果用劳伦兹群 O（3,1）[11]来描述时空结构，其群表示也是无限群，也形成弥散的时空场，这两种表示会发生耦合，甚至形成不能分开的纠缠。而且劳伦兹群是一个非紧致群。所以，劳伦兹群不是宇宙时空结构的一个好的物理数学描述，而本文证得的结果是可以用一个有限群来做时空结构的物理数学描述的。由于有限群的表示群仍是有限群，尽管作为有限群的表示群的也是可以与粒子场发生耦合的，但不会形成不能分开的纠缠。故从物理上不会产生粒子在时空结构中完全不能运动的结果。而这是最本质的物理事实。而且有限群都是紧致群，所以这在数学处理中带来很多方便。

2.本文用很简单的数学方法，证明了时空结构可以用有限群做物理数学描述。在上世纪九十年代，有限群的结构已完成全部分类工作，所以，只要是有限群，总是可以找出来的，最终寻找到有限群 T 群在数学上的具体形式是完全可以给出肯定的结论的。

3.如果能在宇宙这个连通紧致拓扑群 G 中定义某种形式的度量的话，则 G 成为度量空间，可以得到一个结论，无论 T 群作为一个有限群的具体形式如何，时间和空间结构作为用有限群为其物理数学描述的结果，必然导致其群的每一个表示本身也是有限群，从而该有限群的每一个表示对应一个量子化的能量系统，那么有限 T 群的每一个群元就对应一个四维的时空体积。由于 T 群是有限群，这最终导致了时间和空间都是有最小单元的（上面的证明中也特别证明了这一点），即长度有最小长度，时间也有最短时段，时间和空间在最小时段和最小长度下，都是不能再分割的。如果假设普朗克长度就是最短长度的话，那么讨论 10^{-33}cm 以下的

长度就是毫无意义的，当然讨论黑洞的奇点也是毫无意义的，当然我们现在并不知道这个最小长度到底是多少，本文的证明只是表明了这个最小长度一定存在而已。同样由于存在最小时间长度 t，那么讨论小于 t 的时间长度也是没有意义的。如果 $t=10^{-43}$ 秒的话（即普朗克时间，这也只是一种假设，我们并不知道本文所证得时空结构中最小时间长度是多少？），那么讨论小于这个时间的物理事件也是没有意义的。

4.本文的证明过程揭示了我们这个宇宙的一个深刻的数学本质，只要粒子是一个弥散的场（这就是公设 1 的结果），那么，能让粒子在其中自由运动的时间和空间结构就一定必须是有限个最小时段和最小长度的集合。否则粒子在时空中将寸步难行。用本文的专门术语来表示的话，就是当粒子用李群及其弥散的表示群来作物理数学描述的话，那么时空只能用有限群和同样是有限群的表示群来做物理数学描述。如果像现在物理学流行的那样用李群例如劳伦兹群 O（3,1）来描述时空的话，那么时空就是一种弥散场，这就是大家目前所熟悉的时空场。那么由本文的证明可知，能在这样的时空场中自由运动的粒子，就必须是用有限群来描述，那么粒子就不是一个场，（$G'=W\times N$,当时空场是在李群 W 中的话，与之对易的粒子就只能是在离散群 N 中，而每一个粒子无疑都是 G'中的闭集，所以描述每个粒子的群都必须只能是有限群）。这与我们现在已知的物理学事实是矛盾的，我们现在精确知道了粒子是一个场，用李群及其表示群来描述。所以，这是完全与现在的物理学公认的基本事实不相符合的。也就是说不能同时用李群及其表示空间来描述粒子和时空。

5.根据公设 1，由于时空群 T 是有限群，所以时空群 T 也是描述了一种量子，即时空子，但时空子是有限群，不是连续群，故不是李群，其表示群也是有限群，没有无限能级的场特性，所以时空群 T 所表述的时空子不是实粒子，而是某种非实粒子，只能在极短程发生作用，又仅能在非常短的时间内发生作用，本文猜想很可能它的某些集合就构成了现代物理学中的虚粒子。

四、结论

本文的结论是宇宙的时空结构，也是现在物理学上常说的时空场，是用有限群来作物理数学描述的。所以局部时空结构不是一种弥散的场。

参考文献

[1] 徐婉棠，喀兴林编著，《群论及其在固体物理中的应用》，高等教育出版社，1999 年 6 月，第一版，第 375 页。
[2] 丘维声著，《有限群和紧群的表示论》，北京大学出版社，1997 年 12 月，第一版，第 3 页。
[3] 曹锡华，叶家琛编著，《群表示论》，北京大学出版社，1998 年 5 月，第一版，第 41 页。
[4] 丘维声著，《有限群和紧群的表示论》，北京大学出版社，1997 年 12 月，第一版，第 6 页。
[5] 曹锡华，叶家琛编著，《群表示论》，北京大学出版社，1998 年 5 月，第一版，第 85 页。
[6] 丘维声著，《有限群和紧群的表示论》，北京大学出版社，1997 年 12 月，第一版，第 78 页。
[7] 丘维声著，《有限群和紧群的表示论》，北京大学出版社，1997 年 12 月，第一版，第 111 页。
[8] Л.С. Понтрягин，《连续群》，科学出版社，1957 年，第 378 页。
[9] Л.С. Понтрягин，《连续群》，科学出版社，1957 年，第 537 页。
[10] Л.С. Понтрягин，《连续群》，科学出版社，1957 年，第 143 页。
[11] 邵丹，邵亮，郭紫著，《李群》，科学出版社，2008 年 3 月，第一版，第 168 页。